Prédicats – Vision mathématique et vision algorithmique

Les phrases : « *n* est pair » et « *n* est plus petit ou égal à 50 » ne sont pas des propositions, elles ne le sont que quand la valeur de *n* est connue.
On appelle <u>prédicat</u> ce genre de phrase, c'est-à-dire faisant référence à une ou plusieurs valeurs qui seront précisées plus tard.

On définit trois ensembles de nombres :
A = {1 ; 7 ; 13 ; 99}, B = {2 ; 8 ; 13 ; 50} et
C l'ensemble des nombres entiers naturel, souvent noté ℕ.
Et on note $P(n)$: « n est pair » et $Q(n)$: « *n* est inférieur ou égal à 50 ».
On a par exemple $P(11)$ est faux, mais $Q(20)$ est vrai.

Quantificateurs

$\forall n\in A, P(n)$ se lit « Pour tout élément *n* dans l'ensemble A, $P(n)$ est vrai ».
$\exists n\in A, P(n)$ se lit « Il existe un élément *n* dans l'ens, A tel que $P(n)$ est vrai ».

$\forall$ et $\exists$ viennent respectivement de All et de Exists (en anglais ou allemand).
Ces symboles permettent de passer d'un prédicat à une proposition.

Exercice : dire si les propositions suivantes sont vraies ou fausses.

- $\forall n\in A, P(n)$
- $\forall n\in A, \neg P(n)$
- $\forall n\in A, Q(n)$
- $\forall n\in A, \neg Q(n)$
- $\forall n\in B, P(n)$
- $\forall n\in B, \neg P(n)$
- $\forall n\in B, Q(n)$
- $\forall n\in B, \neg Q(n)$
- $\forall n\in C, P(n)$
- $\forall n\in C, \neg P(n)$
- $\forall n\in C, Q(n)$
- $\forall n\in C, \neg Q(n)$

Puis idem avec $\exists$.

Négation des quantificateurs

En remarquant que $\forall n\in A, P(n)\Leftrightarrow[P(1)\wedge P(7)\wedge P(13)\wedge P(99)]$
et que $\exists n\in A, P(n)\Leftrightarrow[P(1)\vee P(7)\vee P(13)\vee P(99)]$,

on obtient $\neg[\forall n\in A, P(n)]\Leftrightarrow[\exists n\in A, \neg P(n)]$ (« contre-exemple »)
et $\neg[\exists n\in A, P(n)]\Leftrightarrow[\forall n\in A, \neg P(n)]$

Exercice : Quel est le contraire de $\forall n\in A, \neg P(n)$? de $\exists n\in A, \neg P(n)$?

Prédicats – Vision mathématique et vision algorithmique

Les phrases : « *n* est pair » et « *n* est plus petit ou égal à 50 » ne sont pas des propositions, elles ne le sont que quand la valeur de *n* est connue.
On appelle <u>prédicat</u> ce genre de phrase, c'est-à-dire faisant référence à une ou plusieurs valeurs qui seront précisées plus tard.

On définit trois ensembles de nombres :
A = {1 ; 7 ; 13 ; 99}, B = {2 ; 8 ; 13 ; 50} et
C l'ensemble des nombres entiers naturel, souvent noté ℕ.
Et on note $P(n)$: « n est pair » et $Q(n)$: « *n* est inférieur ou égal à 50 ».
On a par exemple $P(11)$ est faux, mais $Q(20)$ est vrai.

Quantificateurs

$\forall n\in A, P(n)$ se lit « Pour tout élément *n* dans l'ensemble A, $P(n)$ est vrai ».
$\exists n\in A, P(n)$ se lit « Il existe un élément *n* dans l'ens, A tel que $P(n)$ est vrai ».

$\forall$ et $\exists$ viennent respectivement de All et de Exists (en anglais ou allemand).
Ces symboles permettent de passer d'un prédicat à une proposition.

Exercice : dire si les propositions suivantes sont vraies ou fausses.

- $\forall n\in A, P(n)$
- $\forall n\in A, \neg P(n)$
- $\forall n\in A, Q(n)$
- $\forall n\in A, \neg Q(n)$
- $\forall n\in B, P(n)$
- $\forall n\in B, \neg P(n)$
- $\forall n\in B, Q(n)$
- $\forall n\in B, \neg Q(n)$
- $\forall n\in C, P(n)$
- $\forall n\in C, \neg P(n)$
- $\forall n\in C, Q(n)$
- $\forall n\in C, \neg Q(n)$

Puis idem avec $\exists$.

Négation des quantificateurs

En remarquant que $\forall n\in A, P(n)\Leftrightarrow[P(1)\wedge P(7)\wedge P(13)\wedge P(99)]$
et que $\exists n\in A, P(n)\Leftrightarrow[P(1)\vee P(7)\vee P(13)\vee P(99)]$,

on obtient $\neg[\forall n\in A, P(n)]\Leftrightarrow[\exists n\in A, \neg P(n)]$ (« contre-exemple »)
et $\neg[\exists n\in A, P(n)]\Leftrightarrow[\forall n\in A, \neg P(n)]$

Exercice : Quel est le contraire de $\forall n\in A, \neg P(n)$ **? de** $\exists n\in A, \neg P(n)$ **?**